

Международно състезание “Европейско Кенгуру”

18 март 2017 г.

ТЕМА за 11 и 12 клас

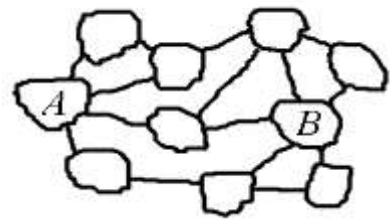
След първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 задачи с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Бончо обича да си играе с модели на железопътни линии. Той по принцип обича моделите и даже направил двусантиметров модел на брат си в мащаб 1:87. Колко е висок братът на Бончо?

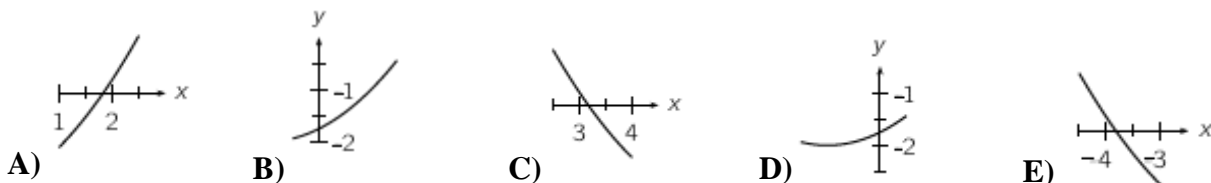
- A) 1,74 м B) 1,62 м C) 1,86 м D) 1,94 м E) 1,70 м

2. На фигурата са показани 10 острова, които са свързани с 15 моста. Колко моста най-малко могат да се премахнат така, че да не е възможно да се стигне от *A* до *B*?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

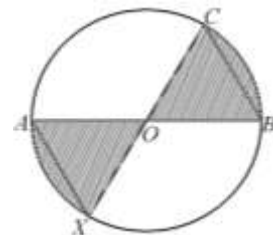


3. Четири от кривите по-долу са части от графиката на една и съща квадратна функция. Коя от кривите не е част от графиката на квадратната функция?



4. Даден е кръг с център *O* и диаметри *AB* и *CX* така, че $OB = BC$. Каква част от лицето на кръга е заштрихованата област?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{4}{11}$



5. Блокче $4 \times 1 \times 1$ е образувано от две бели кубчета и залепени за тях две тъмни кубчета. Коя от фигурите по-долу може да се получи с четири от разглежданите блокчета?

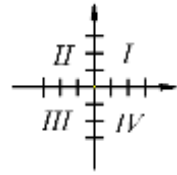


- A) B) C) D) E)



6. Кой квадрант на координатната система не съдържа точки от графиката на линейната функция $f(x) = -3,5x + 7$?

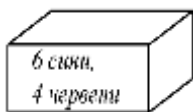
- A) I B) II C) III D) IV E) Всички квадранти
съдържат точки от
графиката на функцията



7. Във всяка от кутиите по-долу има сини и червени топки, както е означено. Борко иска да извади без да гледа една топка от някоя от кутиите. От коя кутия трябва Борко да извади топката така, че вероятността извадената топка да е синя, да е най-голяма?



A)



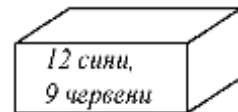
B)



C)



D)



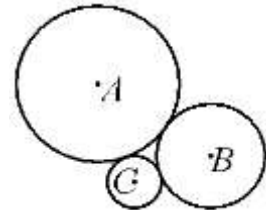
E)

8. Графиката на коя от функциите по-долу има най-много общи точки с графиката на функцията $f(x) = x$?

- A) $g_1(x) = x^2$ B) $g_2(x) = x^3$ C) $g_3(x) = x^4$ D) $g_4(x) = -x^4$ E) $g_5(x) = -x$

9. Три взаимно допиращи се окръжности с центрове A , B и C имат съответно радиуси 3, 2 и 1. На колко е равното лице на $\triangle ABC$?

- A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 9 E) $2\sqrt{6}$



10. Положителното число p е по-малко от 1, а числото q е по-голямо от 1. Кое от числата по-долу е най-голямото?

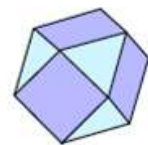
- A) pq B) $p+q$ C) $\frac{p}{q}$ D) p E) q

11. Два прави цилиндъра A и B имат еднакви обеми. Радиусът на основата на B е с 10% по-голям от радиуса на основата на A . С колко процента височината на A е по-голяма от височината на B ?

- A) 5% B) 10% C) 11% D) 20% E) 21%

12. Всяка от стените на показания многостен е квадрат или триъгълник. Всеки квадрат е заобиколен от четири триъгълника, а всеки триъгълник е заобиколен от три квадрата. Ако многостенът съдържа шест квадрата, колко е броят на триъгълниците му?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



13. Дадени са четири еднакви зарчета с формата на правилен тетраедър, върху стените на които са записани цифрите 2, 0, 1 и 7. Зарчетата са балансирани, което означава, че „лягат“ на всяка от стените си с една и съща вероятност. Зарчетата се хвърлят едновременно. Каква е вероятността с помощта на цифрите върху видимите им стени да се получи числото 2017 така, че всяко зарче да участва с точно една цифра?

- A) $\frac{1}{256}$ B) $\frac{63}{64}$ C) $\frac{81}{256}$ D) $\frac{3}{64}$ E) $\frac{29}{32}$

14. Коефициентите a и b на полинома $5x^3 + ax^2 + bx + 24$ са цели числа. Кое от числата по-долу със сигурност не може да е корен на полинома?

- A) 1 B) -1 C) 3 D) 5 E) 6

15. Две последователни естествени числа са такива, че сумите от цифрите им се делят на 7. Колко най-малко цифри може да има по-малкото число?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

16. В изпъкнал четириъгълник $ABCD$ диагоналите AC и BD са перпендикулярни. За дължините на страните на $ABCD$ са изпълнени равенствата $|AB|=2017$, $|BC|=2018$ и $|CD|=2019$. Намерете дължината на DA .

- A) 2016 B) 2018 C) $\sqrt{2020^2 - 4}$ D) $\sqrt{2018^2 + 2}$ E) 2020

17. Всяко трето твърдение на Роза е лъжа, но понякога първото от три последователни нейни твърдения е също лъжа. В останалите случаи тя казва истината. Роза си намислила двуцифрено число, първата цифра на което е по-малка от втората. Последователните й твърдения са: „Една от цифрите на намисленото число е 2“, „Числото е по-голямо от 50“, „Числото е четно“, „Числото е по-малко от 30“, „Числото се дели на 3“, „Една от цифрите на числото е 7“. На колко е равна сумата от цифрите на числото, което си е намислила Роза?

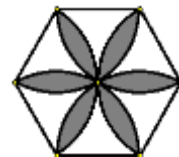
- A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

18. Колко цели положителни числа притежават свойството: като се изтрие последната цифра на числото, се получава число, което е $\frac{1}{14}$ от първоначалното?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

19. Даден е правилен шестоъгълник със страна 1. Цветето е построено с помощта на дъги от окръжности с радиус 1 и центрове във върховете на шестоъгълника. Намерете лицето на цветето.

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $2\sqrt{3} - \pi$ D) $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ E) $2\pi - 3\sqrt{3}$

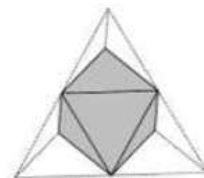


20. За редицата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ са изпълнени равенствата $a_1 = 2017$ и $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Да се намери a_{2017} .

- A) -2017 B) $-\frac{1}{2016}$ C) $\frac{2016}{2017}$ D) 1 E) 2017

21. Четирите върха на правилен тетраедър са отрязани с равнини, минаващи през средите на излизащите от тях ръбове. Каква част от обема на тетраедъра е полученото тяло?

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$



22. Сумата от дължините на страните на правоъгълен триъгълник е равна на 18, а сумата от квадратите им е равна на 128. Да се намери лицето на триъгълника.

- A) 18 B) 16 C) 12 D) 10 E) 9

23. Жителите на един остров са 2017. Всеки жител е или рицар, който винаги казва истината, или лъжец, който винаги лъже. Повече от хиляда души са седнали около кръгла маса. Всеки от тях казва: „От двамата ми съседни единият е лъжец, а другият е рицар“. Колко най-много рицари може да има на острова?

- A) 1683 B) 668 C) 670 D) 1344 E) 1343

24. Колко са естествените трицифрени числа \overline{ABC} , за които $(A+B)^C$ е трицифрено число, което е степен на 2?

- A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 21

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгурото задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Ако $|x| + x + y = 5$ и $x + |y| - y = 10$, да се намери стойността на $x + y$.

26. Девет цели числа със сбор 500 са записани в клетките на таблица 3×3 . Числата във всеки две съседни клетки (такива, които имат обща страна) се различават с 1. Намерете най-големия прост делител на числото в централната клетка.

	?	