

Международно състезание “Европейско Кенгуру”

17 март 2018 г.

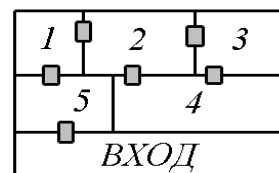
ТЕМА за 11 и 12 клас

След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Да се намери стойността на израза $|\sqrt{17} - 5| + |\sqrt{17} + 5|$.

- A) $2\sqrt{17}$ B) 0 C) 10 D) $10 - \sqrt{34}$ E) $2\sqrt{17} + 10$

2. На схемата е показан план на къщата на Ру. Ру се разхожда из стаите, които са номерирани с числата от 1 до 5. Ру влиза през входа на къщата и минава през всяка врата точно по веднъж. Колко са възможните маршрути на Ру? (Вратите са 6 и са отбелязани със затъмнени правоъгълничета.)



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Томи разполага с чука и 7 камъчета. Всеки път, когато Томи удари някое камъче с чука, то се раздробява точно на 5 по-малки камъчета. По-малките камъчета могат да се раздробяват на още по-малки. Кое от посочените числа по-долу е възможен брой на всички камъчета, получени от Томи по описания начин?

- A) 22 B) 37 C) 71 D) 84 E) 98

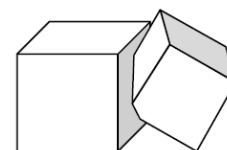
4. Роботите от други Галактики, които посещават планети от Слънчевата система, са зелени или лилави. Зелените роботи посещават само Марс. Ако всичко това е истина, кое от посочените твърдения по-долу е със сигурност вярно?

- A) Роботите посещават само Марс. B) Марс се посещава само от зелени роботи.
C) Марс се посещава от лилави роботи. D) Лилавите роботи посещават само Венера.
E) Венера не се посещава от зелени роботи.

5. По колко различни начина може числото 1001 да се представи като сбор на две прости числа?

- A) повече от 3 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

6. Два куба се застъпват, както е показано. Частта от единия, която не е обща, е 90% от обема му V , а частта от втория, която не е обща, е 85% от обема му W . Каква е връзката между V и W ?

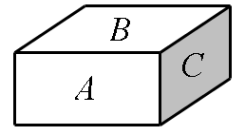


- A) $V = \frac{3}{2}W$ B) $V = \frac{2}{3}W$ C) $V = \frac{17}{18}W$ D) $V = \frac{18}{17}W$ E) $V = 5W$

7. В кутия има 65 топки, които се различават само по цвят: 13 от тях са бели, а останалите са черни. Със завързани очи по произволен начин се извършват последователни изваждания на по 5 топки едновременно. Извадена топка не се връща обратно. Най-малко след колко изваждания ще е сигурно, че измежду извадените топки ще има поне 2 бели?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

8. Както е показано вдясно, лицата в квадратни сантиметри на стените на тухла с формата на правоъгълен паралелепипед са A , B и C . На колко е равен обемът на тухлата в кубични сантиметри?



- A) $2(A+B+C)$ B) $\sqrt{AB+BC+CA}$ C) ABC D) \sqrt{ABC} E) $\sqrt[3]{ABC}$

9. Преди футболен мач между Реал Мадрид и Манчестър Юнайтед били направени следните прогнози:

1. Мачът няма да завърши наравно; 2. Реал Мадрид ще вкара гол; 3. Реал Мадрид ще победи; 4. Реал Мадрид няма да загуби; 5. В мача ще бъдат вкарани три гола.

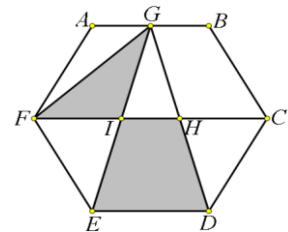
Какъв е бил крайният резултат от мача Реал Мадрид – Манчестър Юнайтед, ако са се сбъднали точно три от направените прогнози?

- A) 2:1 B) 1:2 C) 3:0 D) 0:3 E) не може да се определи

10. Колко реални решения има уравнението $\|4^x - 3| - 2| = 1$?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) повече от 4

11. Точката G е среда на страната AB на правилния шестоъгълник $ABCDEF$. Отсечките GE и GD пресичат FC съответно в точките I и H . Да се намери отношението на лицата на триъгълника FIG и трапеца $EDHI$.



- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. Правилен осмоъгълник е разделен на шест четириъгълника, четири от които са еднакви ромбове (защрихованите четириъгълници). Колко е градусната мярка на тъпите ъгли на тези ромбовете?



- A) 120° B) 135° C) 140° D) 145° E) 150°

13. Кое от петте числа по-долу не дели сбора $18^{2017} + 18^{2018}$?

- A) 16 B) 19 C) 27 D) 28 E) 48

14. Надя получила три от показаните пет карти, а Рени получила останалите. Двете умножили стойностите на своите карти и се оказало, че сборът на двете произведения е просто число. Колко е сборът от стойностите на картите на Надя?



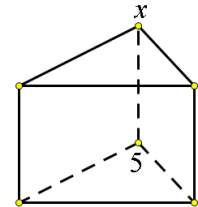
- A) 13 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

15. Два правоъгълника са наклонени спрямо вертикална права под ъгли 40° и 30° , както е показано. Да се намери градусната мярка на ъгъл θ от чертежа.



- A) 100° B) 110° C) 120° D) 130° E) 140°

16. Призмата вдясно е съставена от два триъгълника и три квадрата. Шестте върха на призмата са номерирани с числата от 1 до 6 така, че сумата от номерата на върховете на всеки квадрат е една и съща. Номерата на два от върховете са 5 и x . Намерете x .



- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) не може да се определи

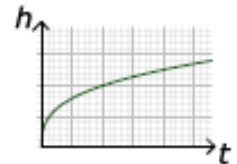
17. Четирима приятели A , B , C и D са различно високи. A твърди: Аз не съм нито най-високият, нито най-ниският. B твърди: Аз не съм най-ниският. C твърди: Аз съм най-високият. D твърди: Аз съм най-ниският. Точно един от четиримата не казва истината. Кой от четиримата приятели е най-висок?



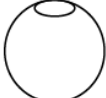


- A) A B) B C) C D) D E) не може да се определи

18. Нека f е функция, за която $f(x+y) = f(x)f(y)$ за произволни цели числа x и y . Ако $f(1) = \frac{1}{2}$, намерете сумата $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$.

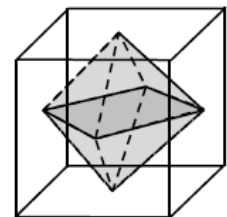
- A) $\frac{10}{9}$ B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{11}{8}$ D) $\frac{13}{8}$ E) $\frac{15}{8}$

19. Ваза се пълни равномерно с вода. Графиката показва зависимостта на височината h на водата във вазата като функция на времето t . Коя от показаните фигури по-долу е възможна форма на тази ваза?



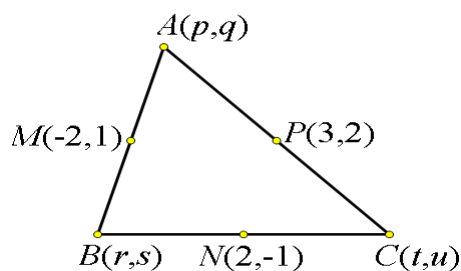
- A)  B)  C)  D)  E) 

20. Октаедър е вписан в куб с дължина на ръба 1 см. Върховете на октаедъра са центрове на стените на куба. На колко е равен обемът на октаедъра в кубически сантиметри? (Октаедърът е тяло, съставено от две еднакви правилни четириъгълни пирамиди с обща основа и върхове, лежащи в различни полупространства спрямо основата.)



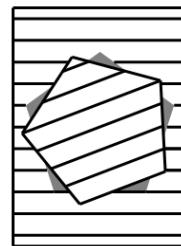
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

21. Върховете на триъгълник спрямо правоъгълна координатна система в равнината са $A(p; q)$, $B(r; s)$ и $C(t; u)$, а средите на страните му са $M(-2; 1)$, $N(2; -1)$ $P(3; 2)$, както е показано на чертежа. Да се намери стойността на $p + q + r + s + t + u$.



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

22. Правилен петъгълник е изрязан от лист от тетрадка с хоризонтални редове, разстоянията между които са едни и същи. Върхните части на получената дупка в листа са представени на фигурата вдясно с черни триъгълничета. Изрязаният петъгълник се завърта няколко пъти на 21° около центъра му в посока, обратна на часовниковата стрелка. На фигурата е показано разположението на петъгълника след първото завъртане. Как ще изглежда петъгълникът, след като заеме мястото си в дупката за първи път?

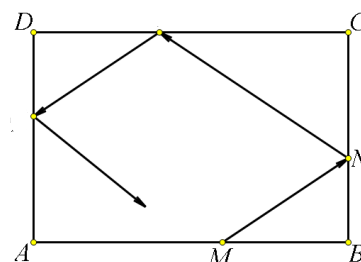


- A) B) C) D) E)

23. Графиката на квадратната функция $f(x) = x^2 + px + q$ в правоъгълна координатна система в равнината пресича координатните оси в три точки. Окръжността през тези точки пресича графиката в четвърта точка. Намерете координатите на тази точка.

- A) $(p; q)$ B) $(-p; q)$ C) $(p; -q)$ D) $(-p; -q)$ E) $(1; p + q + 1)$

24. Билиардна топка се намира в точка $M \in AB$ на правоъгълна билиардна маса $ABCD$. След удар по топката тя отива в точка $N \in BC$, отразява се последователно от страните BC , CD и DA , стигайки до точка $T \in AB$. Да се намери дължината на отсечката AT , ако $AB = 3 m$, $BC = 2 m$, $BM = 1,2 m$ и $BN = 0,8 m$.



- A) $1,4 m$ B) $1,6 m$ C) $1,8 m$ D) $2 m$ E) $2,2 m$

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгурото задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Да се намери сборът $m + n^2$, ако m и n са корени на уравнението $x^2 - x - 2018 = 0$.

26. Момчетата в един клас са с 40% повече от момчетата. Колко ученици има в класа, ако при избор на двама ученици от класа вероятността да бъдат избрани момче и момиче е $\frac{1}{2}$?

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
C	B	C	E	E	A	A	D	B	C
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
C	B	D	A	B	A	B	E	D	E
21.	22.	23.	24.	25.	26.				
E	B	B	C	2019	36				