

Международно състезание “Европейско Кенгуру”

17 март 2018 г.

ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути.** Пожелаваме Ви успех!

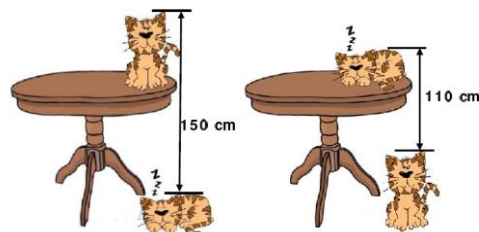
1. На колко е равен сборът на 25% от 2018 и 2018% от 25?

- A) 5045 B) 4036 C) 3027 D) 2018 E) 1009

2. Дължините на две от страните в един триъгълник са 5 cm и 2 cm, а дължината в сантиметри на третата страна е нечетно цяло число. Намерете това число.

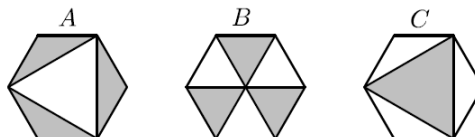
- A) 7 B) 5 C) 3 D) 1 E) не може да се определи

3. Разстоянието от най-високата точка на една котка, когато тя спи на земята, до най-високата точка на котката, когато седи на масата, е 150 cm. Разстоянието от най-високата точка на котката, когато тя седи на земята, до най-високата точка на котката, когато спи на масата, е 110 cm. Колко сантиметра е висока масата?



- A) 115 B) 120 C) 125 D) 130 E) 145

4. A , B и C са три еднакви правилни шестоъгълника. Съответно с X , Y и Z са означени лицата на затъмнените им части. Коя от зависимостите по-долу е вярна?



- A) $X \neq Y \neq Z$ B) $X = Y = Z$ C) $Y = Z \neq X$ D) $Z = X \neq Y$ E) $X = Y \neq Z$

5. Две сгради се намират на една и съща улица на разстояние 250 метра една от друга. Едната се обитава от 50 жители, а втората – от 75. Къде трябва да се построи автобусна спирка така, че сумарното разстояние при еднократно придвижване на живущите в двете сгради от съответните сгради, в които живеят, до спирката да е възможно най-малко?

- A) пред първата сграда B) пред втората сграда C) на 100 метра от втората сграда
D) на 100 метра от първата сграда E) където и да е между двете сгради

6. Сумата на 5 последователни цели числа е 10^{2018} . Намерете средното по големина число.

- A) 10^{2013} B) 2^{2018} C) 5^{2018} D) $2 \cdot 10^{2017}$ E) $5 \cdot 10^{2017}$

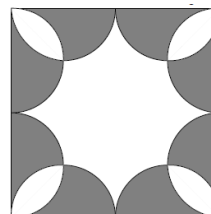
7. Всяко естествено число n измежду първите 105 члена на редицата

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, \dots$$

се среща точно n пъти. Колко от тези 105 члена на редицата се делят на 3?

- A) 18 B) 21 C) 30 D) 42 E) 45

8. Осем еднакви полуокръжности са разположени във вътрешността на квадрат със страна 4 cm, както е показано на чертежа вдясно. Намерете лицето в квадратни сантиметри на незатъмнената част от квадрата.



- A) 6 B) 2π C) $3\pi - 2$ D) 8 E) 3π

9. В празничен ден всеки от общо 40 автобуса свързва еднократно някои два измежду градовете M , N , O , P и Q . За всеки от градовете M , N , O и P има по 10 автобуса, които тръгват от този град или пристигат в него. Колко автобуса тръгват от Q или пристигат в Q ?

- A) 0 B) 10 C) 20 D) 40 E) повече от 40

10. Специалностите, които се изучават в един университет, са история, философия и филология. 35 % от студентите по филология следват английска филология, 13 % от студентите в университета следват филология, която не е английска и никой студент не следва повече от една филология. Колко процента от студентите следват филология?

- A) 20 B) 26 C) 32 D) 35 E) 42

11. Трима приятели Асен, Борис и Васил си купили видео игра. Парите, с които Асен участвал в покупката, били равни на половината на парите, с които участвали Борис и Васил, взети заедно. Парите, с които Борис участвал в покупката, били равни на една трета от парите, с които участвали другите двама приятели, взети заедно. Васил участвал с 10 лева. Колко лева струва видео играта?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

12. Колко са трицифрените числа, за които двуцифрените числа, получени от тях след премахване на средните им цифри, са девет пъти по-малки?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

13. Колко са събираемите под корена в равенството $\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^{10}$?

- A) 2018 B) 2018^2 C) 2018^{10} D) 2018^{18} E) 2018^{20}

14. Колко са цифрите в десетичния запис на числото, равно на стойността на израза

$$\frac{1}{9} \times 10^{2018} \times (10^{2018} - 1)?$$

- A) 1009 B) 2017 C) 2018 D) 4035 E) 4036

15. Върховете на правилен 2018-ъгълник са номерирани последователно с числата от 1 до 2018 включително. Диагоналът с върхове № 18 и № 1018, както и диагоналът с върхове № 1018 и № 2000 разделят 2018-ъгълника на три нови многоъгълника. По колко върха има всеки от тях?

- A) 37, 983, 1001 B) 38, 983, 1001 C) 37, 982, 1001 D) 36, 982, 1001 E) 38, 982, 1001

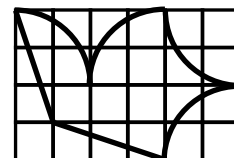
16. Кое от посочените по-долу числа е възможен брой на целите числа, които заедно с числото 2018 дават сбор и произведение, равни на 2018?

- A) 2014 B) 2015 C) 2016 D) 2017 E) 2018

17. Намерете най-голямото измежду четири числа, сумите на всяко от които със средното аритметично на останалите три са 17, 21, 23 и 29.

- A) 15 B) 21 C) 24 D) 29 E) не може да се определи

18. Показаното правоъгълно флагче е съставено от 24 еднакви квадратчета. Във вътрешността му е изобразен стилизиран лелящ гълъб с лице 507 cm^2 . Контурът на гълъба съдържа 2 отсечки и 4 еднакви дъги от окръжност. Намерете обиколката на флагчето в дециметри.

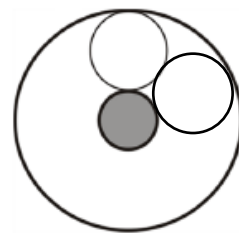


- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

19. Точките A_0, A_1, A_2, \dots лежат на една права, като $A_0A_1 = 1 \text{ cm}$ и точката A_n е среда на отсечката $A_{n+1}A_{n+2}$ за всяко неотрицателно цяло число n . Намерете дължината на отсечката A_0A_{11} в сантиметри.

- A) 171 B) 341 C) 587 D) 683 E) 1366

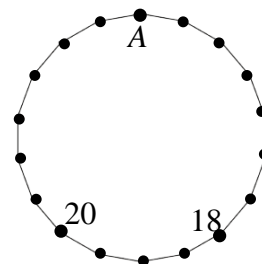
20. Две концентрични окръжности с радиуси 1 cm и 9 cm образуват пръстен. Във вътрешността на пръстена са начертани n окръжности, които не се застъпват, допират се до двете окръжности на пръстена, но не се допират задължително помежду си (вдясно е показан пример за $n = 2$). Определете възможно най-голямата стойност на n .



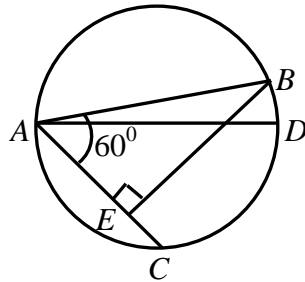
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) повече от 6

21. Във върховете на правилен 18-ъгълник са записани числа, всяко от които е сбор на числата в двата съседни върха. Числата в два от върховете са отбелязани на чертежа. Кое е числото във върха A ?

- A) 20 B) -20 C) 18
D) -38 E) 38



22. В окръжност с диаметър AD са построени хордите AB и AC , склучващи $\angle BAC = 60^\circ$ помежду си. Ако $BE \perp AC$ ($E \in AC$) и $EC = 3$ cm, намерете дължината на хордата BD в сантиметри.



- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) $3\sqrt{2}$

23. Правоъгълник е съставен от единични квадратчета, оцветени в бяло и черно. Във всяко бяло квадратче е отбелязан броят на черните квадратчета, които са съседни с него (две квадратчета са съседни, ако имат обща страна). За правоъгълник с 2018 единични квадратчета намерете възможно най-големия сбор на числата в белите квадратчета. Вдясно е показан правоъгълник с 12 единични квадратчета.

1	■	2	1
0	3	■	■
1	■	2	1

- A) 1016 B) 1017 C) 3021 D) 3023 E) 3025

24. Еди построил куб с помощта на еднакви малки кубчета и оцветил някои от стените му. Колко стени е оцветил Еди, ако точно 45 от малките кубчета нямат оцветена стена?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгурото задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Всяко число от множеството $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ е записано точно в една от клетките на таблица 2×3 . По колко различни начина може да се направи това, ако сборът на числата във всеки ред и стълб се дели на 3?

26. Архимед пресметнал произведението на естествените числа от 1 до 17 включително. Резултатът бил записан на дъската, но две от цифрите (втората и дванадесетата) били заличени. Намерете произведението на двете заличени едноцифрени числа.

3 ■ 5 6 8 7 4 2 8 0 9 ■ 0 0 0

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
E	B	D	B	B	D	C	D	D	A
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
A	E	D	E	B	C	B	B	D	A
21.	22.	23.	24.	25.	26.				
E	B	E	D	48	30				