

## Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

2 юни 2018 г.

### ТЕМА за 9 – 10 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

**ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Намерете броя на целите стойности на  $n$ , за които уравнението  $nx^2 - 2(n+1)x + n = 0$  има поне един цял корен.

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) повече от 3

2. Даден е правоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\angle ACB = 90^\circ$ ) с катет  $BC = 2$  см. Окръжността през  $A$ ,  $B$  и средата  $M$  на  $BC$  пресича катета  $AC$  в точка  $L$ . Да се намери дължината в сантиметри на хипотенузата  $AB$ , ако  $BL$  е ъглополовяща на  $\angle ABC$ .

- A)  $\frac{5}{2}$                       B)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$                       C)  $2\sqrt{2}$                       D) 3                      E)  $3\sqrt{2}$

3. Да се намери броят на естествените числа  $n$ , за които  $n = 17 \cdot S(n)$ , където  $S(n)$  е сборът от цифрите на  $n$ .

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) повече от 3

4. Нека  $P$  е възможно най-голямото произведение на 63 различни естествени числа със сбор 2018 и  $Q$  е произведението на двете най-големи измежду тях. Да се намери сборът от цифрите на  $Q$ .

- A) 7                      B) 8                      C) 9                      D) 10                      E) повече от 10

5. Ако реалните числа  $x$  и  $y$  изпълняват условието  $x^2 + y^2 = 1$ , да се намери най-малката стойност на израза  $x + y + xy$ .

- A) -4                      B) -3                      C) -2                      D) -1                      E) 0

6. Дадени са 21 топчета, по 3 във всеки от следните 7 цвята: бял, черен, зелен, червен, син, жълт и кафяв. Всички топчета са еднакво тежки с изключение на трите топчета в един от цветовете, които са с равно тегло, но са с 1 g по-тежки от останалите. Топчетата могат да се поставят върху двете блюда на везна, която отчита разликата на теглата в грамове. С колко най-малко измервания можете да определите цвета на по-тежките топчета?



7. Квадрат  $3 \times 3$  е разделен на 9 единични квадратчета, в които са разположени 9 различни естествени числа, по едно число във всяко квадратче. Произведението на трите числа по редове и по стълбове е едно и също. Намерете възможно най-малката му стойност.