

Международно състезание “Европейско Кенгуру”

23 март 2019 г.

ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Стойността на израза $20 \cdot 19 + 20 + 19$ е равна на:

- A) 389 B) 399 C) 409 D) 419 E) 429

2. Малко влакче извършва една обиколка по маршрута си точно за 1 минута и 11 секунди. Колко време продължават шест обиколки на същия маршрут?

- A) 6 минути и 56 секунди B) 7 минути и 6 секунди C) 7 минути и 16 секунди
D) 7 минути и 26 секунди E) 7 минути и 36 секунди

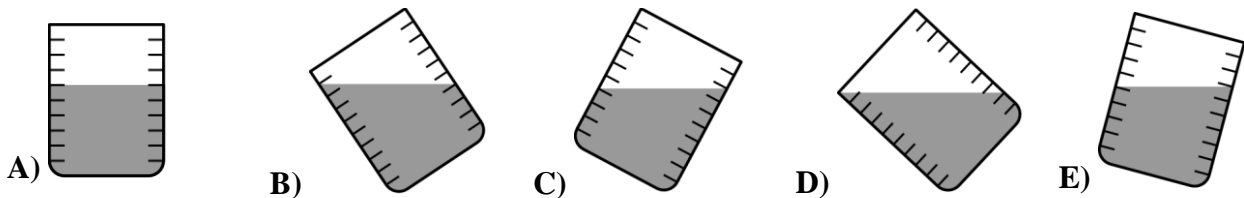
3. Бръснар иска да напише върху дъска буквите на думата SHAVE (бръсна се) по такъв начин, че клиент, който гледа тази дъска в огледалото пред себе си, да вижда правилно изписана думата SHAVE. Какво трябва да напише бръснарят върху дъската?

- A) SHAVE B) SHAVЭ C) ЭVAHS D) EVAHЭ E) ЭVAHЭ

4. Колко са различните суми на точките върху три зарчета, които се получават при едновременното им хвърляне? (Зарчето е кубче, върху стените на което са отбелязани естествените числа от 1 до 6 включително.)

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

5. Показани са пет еднакви чаши, които съдържат вода. Коя от чашите съдържа най-много вода?



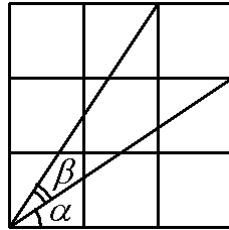
6. Парк има пет врати. Моника желае да влезе през една от вратите и да излезе през друга. По колко различни начина може Моника да премине през парка?

- A) 25 B) 20 C) 16 D) 15 E) 10

7. Теглата на три кенгурчета се изразяват с различни цели числа килограми. Ако общото им тегло е 97 kg , да се определи колко най-много може да тежи най-лекото кенгурче.

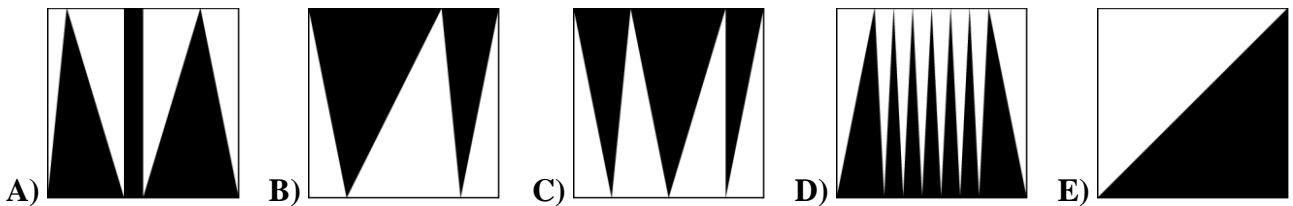
- A) 1 kg B) 30 kg C) 31 kg D) 32 kg E) 33 kg

8. Кое от следващите равенства е изпълнено за ъглите α и β в показания квадрат, който е съставен от девет еднакви квадратчета?

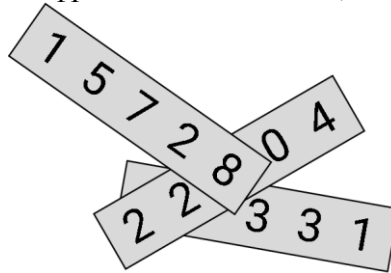


- A) $\alpha = \beta$ B) $2\alpha + \beta = 90^\circ$ C) $\alpha + \beta = 60^\circ$ D) $2\beta + \alpha = 90^\circ$ E) $\alpha + \beta = 45^\circ$

9. Части от вътрешността на показаните еднакви квадрати със страна 1 е затъмнена. В кой от квадратите затъмнената част е с най-голямо лице?



10. Върху показаните три листчета са записани петцифрени числа. Три от цифрите са закрити. Ако сумата на трите петцифрени числа е 57 263, кои са закритите цифри?



- A) 0, 2 и 2 B) 1, 2 и 9 C) 2, 4 и 9 D) 2, 7 и 8 E) 5, 7 и 8

11. Върховете на квадрат са означени в посока на часовниковата стрелка с A , B , C и D . Върховете на равностранен триъгълник в посока на часовниковата стрелка са A , E и C . Да се намери градусната мярка на $\sphericalangle CBE$.

- A) 30° B) 45° C) 135° D) 145° E) 150°


12. Числата a , b , c и d са различни и са измежду естествените числа от 1 до 10. Коя е най-малката възможна стойност на израза $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

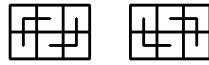
- A) $\frac{2}{10}$ B) $\frac{3}{19}$ C) $\frac{14}{45}$ D) $\frac{29}{90}$ E) $\frac{25}{72}$

13. Флагът на страната Кенгурландия е правоъгълник, дължините на страните на който са в отношение 3:5. Флагът е разделен на четири правоъгълника с равни лица, както е показано на фигурата. В какво отношение са дължините на страните на белия правоъгълник?

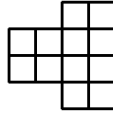


- A) 1:3 B) 1:4 C) 2:7 D) 3:10 E) 4:15

14. Правоъгълник 2×3 може да бъде покрит с L -фигури от вида  точно по два различни начина, както е показано:



По колко различни начина може да се покрие фигурата по-долу с L -фигури?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) повече от 4

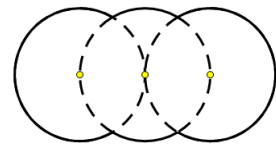
15. Лекоатлетическата дисциплина триатлон се състои от плуване, бягане и колоездене. Колоезденето включва три-четвърти от цялото разстояние, бягането включва една пета от цялото разстояние, а плуването е 2 km . Колко километра е цялото разстояние?

- A) 10 B) 20 C) 38 D) 40 E) 60

16. Плодов сок е получен при разреждането на концентрат и вода в отношение $1:7$. Еднолитрова бутилка е напълнена до половината с концентрат. Каква част от концентрата трябва да се използва, за да се получат два литра сок?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) Цялото количество концентрат

17. Дадена е фигура, съставена от три еднакви окръжности с радиус R , като центровете им лежат на една права. Средната окръжност минава през центровете на другите две, както е показано. Намерете дължината на фигурата (сбора от дължините на трите окръжности без пунктираните дъги).



- A) $\frac{10\pi R}{3}$ B) $\frac{5\pi R}{3}$ C) $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$ D) $2\pi R\sqrt{3}$ E) $4\pi R$

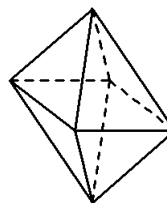
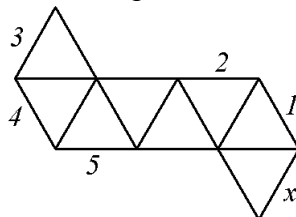
18. Сумата от цифрите на седемцифрения телефонен номер $\overline{aaabbbb}$ е \overline{ab} . Колко е $a+b$?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

19. 60 ябълки и 60 круши са пакетирани в кутии, всяка от които съдържа поне една ябълка и поне една круша. Намерете възможно най-големия брой кутии така, че всяка кутия да съдържа един и същ брой ябълки, но никои две кутии да не съдържат еднакъв брой круши.

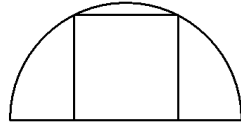
- A) 20 B) 15 C) 12 D) 10 E) 6

20. На чертежа е показана развивката на октаедър (многостен с 8 стени). Кой от номерираните ръбове ще съвпадне с ръба, означен с x , когато октаедърът се възстанови?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

21. Два от върховете на квадрат лежат върху полуокръжност, а другите два на нейния диаметър, както е показано. Ако радиусът на полуокръжността е 1 cm , да се намери лицето на квадрата.



- A) $\frac{4}{5}\text{ cm}^2$ B) $\frac{\pi}{4}\text{ cm}^2$ C) 1 cm^2 D) $\frac{4}{3}\text{ cm}^2$ E) $\frac{2}{\sqrt{3}}\text{ cm}^2$

22. Естествените числа от 1 до 99 са написани едно след друго без интервали. Получената редица от цифри е разделена на тройки:

$$123456789101112\dots979899 \rightarrow (123)(456)(789)(101)(112)\dots(979)(899).$$

Коя от посочените в отговорите тройки не участва в разглежданата редица?

- A) (222) B) (444) C) (464) D) (646) E) (888)

23. Колко равнини минават през точно три върха на даден куб?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 12

24. Всяко от трите естествени трицифрени числа a , b и c е такава, че първата му цифра е същата като последната му. Ако $b=2a+1$ и $c=2b+1$, да се намери колко различни стойности може да приеме числото a .

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) повече от 3

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгурото задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Колко е най-малкият брой числа, които трябва да се премахнат от множеството $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ така, че произведението на останалите да е точен квадрат?

26. Даден е триъгълник ABC с лице $S=2$ и среда D на страната BC . Точките P , Q и R лежат съответно върху правите AB , AD и AC така, че са изпълнени равенствата $AP=2.AB$, $AQ=3.AD$ и $AR=4.AC$. Да се намери лицето на ΔPQR , ако точката A е вътрешна за отсечките BP , DQ и CR .

