МЕЖДУНАРОДНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА’ 2021

Д-р М. Плюс

Поредната 62. международна олимпиада по математика се проведе онлайн с виртуален домакин гр. Санкт Петербург, Русия от 14 до 24 юли 2021 г. Предварително беше планирано олимпиадата да се проведе в САЩ, но поради пандемията беше повторено домакинството на гр. Санкт Петербург от 2020 г. В тазгодишното издание взеха участие 619 ученици, с 3 повече от миналата година. Между участниците имаше 64 девойки. Представиха се общо 107 държави, с 2 повече от миналата година. Рекордът по отношение на броя участващи държави е 112, поставен през 2019 г. в гр. Бат, Обединено Кралство. По регламент, приблизително половината състезатели получиха медали в отношение $1:2:3$ (също приблизително) на златните, сребърните и бронзовите. Журито на олимпиадата в Русия разпредели общо 303 медала, от които 52 златни с долна граница 24 точки вкл., 103 сребърни с граници от 19 до 23 точки вкл. и 148 бронзови с граници от 12 до 18 точки вкл. Бяха присъдени и 98 почетни отличия за учениците извън медалистите с поне една пълно решена задача.

Българският отбор заслужи 1 златен, 3 сребърни и 2 бронзови медал. Представянето е в рамките на очакванията и затвърждава тенденцията за последните повече от 10 години България да е извън групата на водещите държави. А това са “четирите големи”: Китай, САЩ, Русия и Южна Корея. По данни от официалния сайт на международната олимпиада, 8 пъти за последните 22 години от 2000 г. насам точно тези държави са заемали първите четири места. Останалите държави са се появявали епизодично в първата четворка. На чело място между тях е България (шесто място, вж. таблицата по-долу), но както беше споменато, това се е случвало преди повече от 10 години. Още страдаме от пораженията, нанесени от бившия ДС активист Кадмий и доказан доносник ПК. Добре е, че все пак се махна неговото протеже – джуджето ПБ, за да може най-сетне България да спечели златен медал.

Място	Държава	Класирания на първо място	Класирания на второ място	Класирания на трето място	Класирания на четвърто място	Брой призови класирания
1	Китай	15	5	2		22
2	САЩ	4	5	8	2	19
3	Русия	1	9	3	4	17
4	Ю. Корея	2	2	5	6	15
5	Виетнам			2	2	4
6	България	1			2	3
7	Сингапур			1	1	2
8	С. Корея				2	2
9	Япония		1			1
10	Тайван			1		1
11	Иран				1	1
12	Германия				1	1
13	Украйна				1	1

Победител в тазгодишната олимпиада е китайският ученик Yichuan Wang, който единствен от всички участници постигна максималния резултат 42 точки. Прави впечатление, че между златните медалисти се появява ученик от Монголия, докато останалите са представители на традиционно силно представящите се държави. Любопитно е, че най-лесна се оказва задача 4, която е решена напълно от половината участници, а най-трудни са задача 2 и задача 3, които са решени пълно съответно от 16 и 15 участници. В същото време 87 ученици са с общо 0 точки върху темата (около 14% от всички участници), а 31 са с 1 точка (5%). По-долу са резултатите на нашите състезатели, между които се откроява златният медалист Борислав Кирилов от ПЧМГ с учител Ирина Шаркова. Предлагаме ви и класирането по държави, в което България дели 18-19-то място с Австралия.

62. МЕЖДУНАРОДНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА – 2021 Г.

КЛАСИРАНЕ И РЕЗУЛТАТИ НА БЪЛГАРСКИТЕ УЧЕНИЦИ

резултати по задачи	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**	**точки**	**място**	**медал**
Борислав Кирилов	7	0	1	7	7	7	29	24-31	златен
Стефан Хаджистойков	7	1	0	7	7	0	22	63-104	сребърен
Илиас Номан	7	0	0	7	7	0	21	105-142	сребърен
Диян Димитров	7	0	0	7	5	0	19	151-155	сребърен
Мартин Копчев	7	1	0	7	0	0	15	180-217	бронзов

Кьонг До	7	0	0	7	0	0	14	218-267	бронзов
отборен резултат	42	2	1	42	26	7	120	18-19	

62. МЕЖДУНАРОДНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА – 2021 Г.

КЛАСИРАНЕ И РЕЗУЛТАТИ ПО ДЪРЖАВИ

Кла-сиране	Държава	бр. уч.	Зад. 1	Зад. 2	Зад. 3	Зад. 4	Зад. 5	Зад. 6	Общо точки	зл.	ср.	бр.
1	Китай	6	42	16	24	42	42	42	208	6	0	0
2	Русия	6	40	17	21	42	35	28	183	5	1	0
3	Южна Корея	6	40	9	10	42	35	36	172	5	1	0
4	САЩ	6	40	2	17	42	35	29	165	4	2	0
5	Канада	6	41	8	4	42	42	14	151	3	3	0
6	Украйна	6	42	12	4	42	35	14	149	3	2	1
7-8	Израел	6	38	22	2	42	35	0	139	3	2	1
7-8	Италия	6	41	4	9	35	42	8	139	1	4	1
9-10	Тайван	6	41	5	9	40	29	7	131	1	3	2
9-10	Обединено Кралство	6	42	2	3	35	35	14	131	2	3	0
11	Монголия	6	42	1	3	42	28	14	130	2	2	2
12	Германия	6	41	16	2	37	28	5	129	2	2	1
13	Полша	6	34	2	1	37	42	10	126	1	5	0
14	Виетнам	6	42	7	24	42	10	0	125	1	2	3
15	Сингапур	6	40	6	3	42	25	7	123	1	3	2
16-17	Чехия	6	39	7	1	32	35	7	121	1	3	1
16-17	Тайланд	6	42	1	5	42	28	3	121	1	3	2
18-19	Австралия	6	34	2	2	37	35	10	120	2	2	1
18-19	**България**	**6**	**42**	**2**	**1**	**42**	**26**	**7**	**120**	**1**	**3**	**2**
20	Казахстан	6	41	13	5	37	19	2	117	1	3	2
21-22	Хърватия	6	40	8	1	35	29	0	113	1	2	3
21-22	Хонг Конг	6	39	3	8	35	28	0	113	1	3	1
23	Филипини	6	41	1	1	42	26	0	111	0	4	2
24	Беларус	6	36	1	2	42	28	0	109	0	4	1
25	Япония	6	42	3	1	34	21	7	108	1	2	3
26	Индия	6	29	2	4	27	27	17	106	1	1	3
27-28	Франция	6	33	8	0	36	21	7	105	1	1	3
27-28	Румъния	6	40	3	9	37	14	2	105	0	3	2
29	Иран	6	39	1	3	42	19	0	104	0	3	3
30	Перу	6	40	2	5	42	14	0	103	0	2	4

31	Сърбия	6	40	7	4	28	23	0	102	1	2	1
32	Унгария	6	41	13	1	7	35	4	101	0	1	5
33	Индонезия	6	41	1	1	42	14	0	99	0	2	4
34	Мексико	6	42	0	2	42	12	0	98	0	2	4
35-36	Бразилия	6	42	0	3	30	21	0	96	0	2	3
35-36	Турция	6	42	0	2	42	9	1	96	0	1	5
37	Армения	6	36	7	4	37	7	0	91	0	2	3
38	Саудитска Арабия	6	29	0	2	42	17	0	90	0	1	3
39	Словакия	6	36	3	1	21	21	0	82	0	2	2
40	Босна и Херцеговина	6	38	1	2	28	12	0	81	0	0	5
41-42	Грузия	6	23	0	2	35	14	0	74	0	1	3
41-42	Малайзия	6	31	2	0	27	14	0	74	0	2	0
43-44	Бангладеш	6	24	0	3	41	0	0	68	0	0	3
43-44	Белгия	6	39	1	0	12	16	0	68	0	0	3
45	Северна Македония	6	23	0	0	37	7	0	67	0	1	2
46	Аржентина	6	34	0	0	17	14	1	66	0	2	0
47	Нидерландия	6	29	0	0	35	1	0	65	0	0	2
48-49	Латвия	6	32	2	0	22	8	0	64	0	0	3
48-49	Швейцария	6	30	0	0	21	13	0	64	0	0	3
50	Естония	6	35	0	0	18	10	0	63	0	1	1
51-53	Азербайджан	6	32	0	1	28	1	0	62	0	0	2
51-53	Молдова	6	23	0	2	37	0	0	62	0	0	3
51-53	Норвегия	6	39	1	1	7	14	0	62	0	1	1
54-55	Макао	6	31	0	1	7	21	0	60	0	0	3
54-55	Португалия	6	30	1	0	22	7	0	60	0	1	2
56	Тунис	6	24	1	0	25	7	0	57	0	1	1
57	Швеция	6	21	0	0	14	21	0	56	0	1	1
58	Туркменистан	6	19	0	1	35	0	0	55	0	0	3
59	Таджикистан	6	29	0	2	23	0	0	54	0	0	3
60	Южна Африка	6	25	0	0	16	12	0	53	0	0	3
61-62	Колумбия	6	26	1	0	15	7	2	51	0	1	1

61-62	Узбекистан	6	23	0	1	18	9	0	51	0	1	1
63	Испания	6	34	0	0	9	7	0	50	0	0	1
64-66	Австрия	6	20	0	0	6	21	0	47	0	0	2
64-66	Гърция	6	16	0	2	29	0	0	47	0	0	2
64-66	Словения	6	21	1	1	17	7	0	47	0	0	2
67	Дания	6	13	1	0	28	4	0	46	0	0	1
68	Сирия	6	21	0	1	21	1	0	44	0	0	2
69-70	Финландия	6	31	0	0	10	0	0	41	0	0	1
69-70	Нова Зеландия	6	24	1	0	2	14	0	41	0	0	2
71	Ел Салвадор	5	22	0	0	15	0	0	37	0	0	1
72	Панама	3	16	0	1	16	3	0	36	0	0	1
73-74	Еквадор	6	14	0	0	20	0	0	34	0	0	2
73-74	Киргизстан	6	13	0	0	19	2	0	34	0	0	0
75	Мароко	6	10	0	0	16	7	0	33	0	0	0
76	Литва	6	19	1	0	2	9	0	31	0	0	1
77-78	Боливия	6	14	0	0	14	0	0	28	0	0	0
77-78	Кипър	6	19	0	0	9	0	0	28	0	0	0
79-80	Черна Гора	4	13	0	1	7	6	0	27	0	1	0
79-80	Пуерто Рико	6	11	0	0	15	1	0	27	0	0	1
81-82	Никарагуа	6	11	0	0	14	0	0	25	0	0	1
81-82	Шри Ланка	6	16	0	0	9	0	0	25	0	0	0
83	Венецуела	4	15	0	0	9	0	0	24	0	0	0
84-86	Чили	6	14	0	1	8	0	0	23	0	0	0
84-86	Коста Рика	6	12	0	0	9	2	0	23	0	0	1
84-86	Косово	6	11	0	0	12	0	0	23	0	0	0
87	Парагвай	6	9	1	0	7	1	0	18	0	0	1
88	Уругвай	4	13	0	0	4	0	0	17	0	0	0
89-90	Алжир	6	13	0	0	3	0	0	16	0	0	0
89-90	Ирак	5	8	0	1	7	0	0	16	0	0	1
91	Непал	6	11	0	0	0	4	0	15	0	0	0
92	Хондурас	6	6	0	0	7	0	0	13	0	0	0
93	Ирландия	6	4	0	0	1	7	0	12	0	0	0
94-96	Албания	6	11	0	0	0	0	0	11	0	0	0

94-96	Гана	4	11	0	0	0	0	0	11	0	0	0
94-96	Исландия	6	11	0	0	0	0	0	11	0	0	0
97	Тринидад и Тобаго	4	7	0	0	3	0	0	10	0	0	0
98-99	Люксембург	2	0	0	0	7	0	0	7	0	0	0
98-99	Мавритания	6	3	0	0	4	0	0	7	0	0	0
100	Нигерия	6	5	0	1	0	0	0	6	0	0	0
101-102	Руанда	6	0	0	1	2	0	0	3	0	0	0
101-102	Уганда	6	2	0	0	1	0	0	3	0	0	0
103-106	Египет	2	1	0	0	0	1	0	2	0	0	0
103-106	Кения	6	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0
103-106	Оман	6	1	0	0	1	0	0	2	0	0	0
103-106	Пакистан	6	1	0	0	1	0	0	2	0	0	0
107	Ботсвана	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Ето задачите от 62-та международна олимпиада по математика:

Понеделник, 19 юли 2021 г.

Задача 1. Нека $n \geq 100$ е естествено число. Иван записал всяко от числата $n, n+1, ..., 2n$ по веднъж върху отделни карти. След това той разбъркал тези $n+1$ карти и ги разделил на две части. Да се докаже, че поне в една от частите има две карти така, че сборът на числата върху тях е точен квадрат.

Задача 2. Да се докаже, че неравенството $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{|x_i - x_j|} \leq \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{|x_i + x_j|}$ е изпълнено за произволни реални числа $x_1, x_2, ..., x_n$.

Задача 3. Точката D, вътрешна за остроъгълен триъгълник ABC ($AB > AC$), е такава, че $\angle DAB = \angle CAD$. Върху страната AC е взета точка E така, че $\angle ADE = \angle BCD$, а върху страната AB е взета точка F така, че $\angle FDA = \angle DBC$. Ако X е точка върху правата AC, за която $CX = BX$, а O_1 и O_2 са центровете на описаните окръжности съответно за триъгълниците ADC и EXD, да се докаже, че правите BC, EF и O_1O_2 се пресичат в една точка.

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки

Вторник, 20 юли 2021 г.

Задача 4. Нека Γ е окръжност с център I, а $ABCD$ е изпъкнал четириъгълник, за който всяка от страните AB, BC, CD и DA се допира до Γ. Нека Ω е окръжността, описана около триъгълника AIC. Продължението на BA след A пресича Ω в точка X, продължението на BC след C пресича Ω в точка Z, а продълженията на AD и CD след D пресичат Ω съответно в точки Y и T. Да се докаже, че

$$AD + DT + TX + XA = CD + DY + YZ + ZC.$$

Задача 5. Катеричките Безделко и Скокливко събрали общо 2021 ореха за зимата. Скокливко номерирал орехите от 1 до 2021 и изкопал в земята 2021 малки дупки по окръжности. На следващия ден той забелязал, че Безделко е поставил по един орех във всяка от дупките без да обръща внимание на номерацията. Разстроен, Скокливко решил да пренареди орехите чрез последователност от 2021 хода, като на k-тия ход да се разменят местата на двата ореха, съседни на този с номер k. Да се докаже, че съществува стойност на k, за която на k-ия ход Скокливко е разменил местата на орехи с номера a и b, където $a < k < b$.

Задача 6. Нека $m > 2$ е естествено число, A е крайно множество от (не непременно положителни) цели числа, а $B_1, B_2, \dots B_m$ са подмножества на A. Ако за всяко $k = 1, 2, \dots, m$ сумата от елементите на B_k е m^k, да се докаже, че A съдържа поне $\frac{m}{2}$ елемента.

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки

Следващата 63. Международна олимпиада по математика ще се проведе в гр. Осло, Норвегия през 2022 г.