

ОТГОВОРИ на задачите от ТЕМАТА за 1 клас

7. Отг. 9. Първоначално крушите във фруктиерата са били $13 - 7 = 6$. **(2 точки)**

След като внуците изяли 9 ябълки, във фруктиерата са останали $13 - 9 = 4$ ябълки. **(2 точки)**

Следователно внуците са изяли 4 круши, след като изядените круши са колкото останалите ябълки. Тогава във фруктиерата са останали $6 - 4 = 2$ круши. **(2 точки)**

Баба Яна донесла нови 11 круши и няколко ябълки. Така крушите са станали $11 + 2 = 13$. **(2 точки)**

Тъй като ябълките във фруктиерата също са станали 13, получаваме, че баба Яна е донесла в кошницата $13 - 4 = 9$ ябълки. **(2 точки)**

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	С	Д	В	А	Д	4	9

ОТГОВОРИ на задачите от ТЕМАТА за 2. клас

7. Отг. 5. Централното поле е общо за двата диагонала и участва в един ред и един стълб. Следователно са необходими най-малко 5 цвята. **(5 точки)** Примерът показва възможността за оцветяване с 5 цвята. **(5 точки)**

1	3	4
4	2	1
5	1	3

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	D	E	B	B	B	18	5

ОТГОВОРИ на задачите от ТЕМАТА за 3. клас

7. Отг. 5. Кой да е ред съдържа 5 полета и следователно са необходими поне 5 цвята. (2 точки)
 Примерът показва възможността за оцветяване с 5 цвята. (8 точки)

1	5	2	3	4
4	2	1	5	3
5	4	3	2	1
3	1	5	4	2
2	3	4	1	5

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	B	A	A	D	C	100	5

ОТГОВОРИ на задачите от ТЕМАТА за 4 клас

7. Отг. 1710. Ясно е, че $B = 1$, защото е цифра след пренос от сбора на две едноцифрени числа. **(1 точка)** При това $C \geq 5$, защото в противен случай няма да има пренос. **(1 точка)** В разряда на десетиците имаме $E + E$, което е четно число и трябва да има пренос, за да се получи $B = 1$. **(1 точка)** Това е възможно само ако $E = 5$. **(1 точка)** Оттук $A = 0$ и $C \geq 6$. **(1 точка)** Ще разгледаме всички възможности за C . Ако $C = 6$, то $O = 3$, но числото БОБА = 1310 не се дели на 19. **(1 точка)** Ако $C = 7$, то $O = 5$, което е невъзможно, защото цифрата 5 е вече използвана. **(1 точка)** Ако $C = 8$, то $O = 7$ и БОБА = 1710, което се дели на 19. **(1 точка)** Ако $C = 9$, то $O = 9$, което е невъзможно, защото цифрата 9 е вече използвана. **(1 точка)**

Следователно задачата има единствено решение БОБА = 1710. **(1 точка)**

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	D	E	D	B	B	120	1710

ОТГОВОРИ на задачите от ТЕМАТА за 5 – 6 клас

7. Без ограничение можем да считаме, $a < b < c$. (1 точка) Тогава $a + b < 2c$ (2 точки) и тъй като $a + b$ се дели на c , то $a + b = c$. (2 точки) Но $c + a$ се дели на b , т.е. $2a + b$ се дели на b . (1 точка) Заключаваме, че $2a$ се дели на b . Но $2a < 2b$ и следователно $2a = b$. (2 точки) Оттук получаваме, че $c = a + b = a + 2a = 3a$ и трите числа са a , $2a$ и $3a$. (2 точки) Тогава $a + b + c = 6a$, което очевидно се дели на 6.

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	A	D	D	C	A	60	

ОТГОВОРИ на задачите от ТЕМАТА за 7 – 8 клас

7. Отг. 15. Ако някое от числата в таблицата се дели на простото число p , то поне три от числата в таблицата се делят също на p (по едно във всеки ред). **(2 точки)** Трите най-малки числа, които се делят на p , са p , $2p$ и $3p$. **(1 точка)** Ако $p \geq 5$, то в таблицата ще има число, което е не по-малко от $3 \cdot 5 = 15$. **(1 точка)** Най-голямото число в таблицата би било по-малко от 15, ако всички числа в таблицата се делят само на 2 и 3. Такива числа са 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 и 12. Техният брой е 8 и не стигат за попълване на таблицата, която е с 9 елемента. **(2 точки)** Заклучаваме, че възможно най-малката стойност на най-голямото число в таблицата е поне 15. **(1 точка)** Примерът **(5 точки)** с 15, показва, че отговорът на задачата е 15.

5	12	2
3	10	4
8	1	15

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	В	D	В	А	В	5	15

ОТГОВОРИ на задачите от ТЕМАТА за 9 – 10 клас

7. Ако някое от числата в таблицата се дели на простото число p , то поне четири от числата в таблицата се делят на p (по едно във всеки ред). **(2 точки)** Четирите най-малки числа, които се делят на p , са p , $2p$, $3p$ и $4p$. **(1 точка)** Тъй като числата в таблицата не трябва да надминават 30, то $p \leq 7$. **(2 точки)** За построяване на пример **(5 точки)**: ще използваме числата 7, 14, 21 и 28, които ще разположим по един от диагоналите. На другия диагонал ще разположим числата 5, 10, 15 и 20. За останалите числа в таблицата ще използваме само такива, които се делят на 2 или на 3.

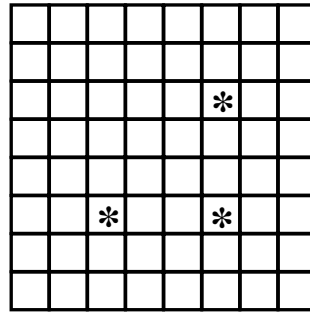
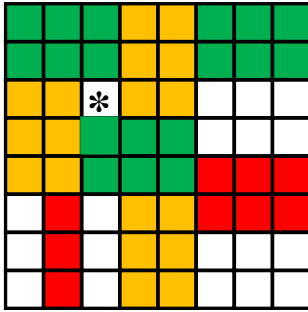
7	4	12	15
9	14	20	2
8	5	21	6
10	18	1	28

Посоченият пример не е единствен.

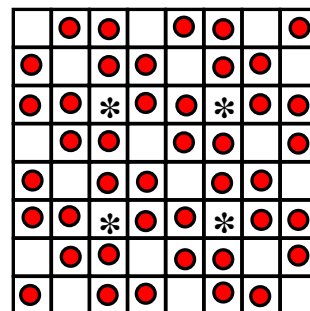
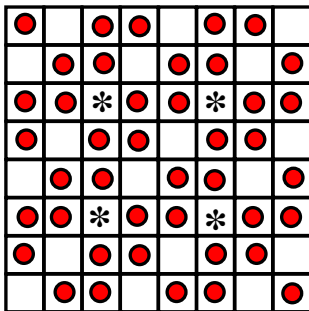
задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	D	C	E	B	B	6	

ОТГОВОРИ на задачите от ТЕМАТА за 11 – 12 клас

7. Решението на задачата се състои от две части. За първата част нека оцветеното в черно поле е отбелязано със звездичка (вж. първата картинка) и да разположим правоъгълници от вида 3×1 или 1×3 по показания начин. Ако последователно оцветим всеки от тях в черно, ще получим оцветяване в черно на цялата дъска. Като използваме симетрия, по аналогичен начин можем да постъпим в още 3 случая на първоначално черно поле, които са показани на втората картинка. Заклучаваме, че съществуват 4 разположения на първоначално оцветеното в черно поле, при които чрез извършване на разрешени ходове можем да оцветим в черно цялата дъска. **(5 точки)**



Както видяхме по-горе, ако първоначалното черно поле е едно от отбелязаните със звездичка, то останалите 63 полета на дъската могат да се покрийт с правоъгълници от вида 3×1 или 1×3 и с извършване на разрешени ходове всички полета на дъската могат да станат черни.



За втората част на решението ще докажем, че не съществуват други полета освен отбелязаните със звездичка, така че да може да се оцвети в черно цялата дъска. За целта да отбележим по два различни начина полетата на дъската, както е показано на третата и четвъртата картинка. Отбелязаните с кръгчета полета са точно 42 (и на двете картинки). Произволен правоъгълник 3×1 или 1×3 покрива точно две кръгчета. Затова при оцветяването му в черно броят на черните кръгчета се запазва или се променя с 2, т.е. запазва се четността на броя на четните кръгчета и ако първоначалното черно поле е някое с кръгче (1 е нечетно число), то при прилагане на разрешени ходове не е възможно всичките 42 полета с кръгчета да станат черни (42 е четно число). **(5 точки)**

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	С	В	Д	А	В	27	